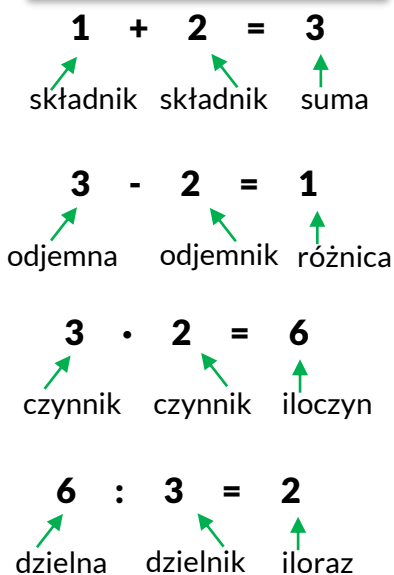


# Niezbędnik ósmoklasisty 2021 - 2024

## nazwy liczb w działaniach



## cechy podzielności liczb

Liczba dzieli się przez:

- 2** gdy jej ostatnia cyfra to: 2, 4, 6, 8 lub 0
- 4** gdy jej dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4
- 5** gdy jej ostatnia cyfra to 0 lub 5
- 10** gdy jej ostatnia cyfra to 0
- 3** gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 3
- 9** gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 9

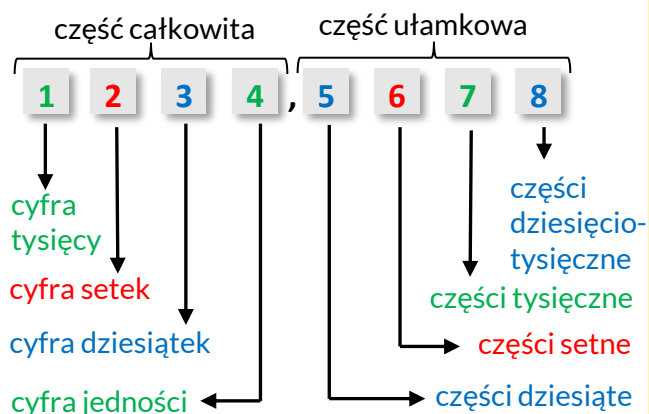
## liczby pierwsze i liczby złożone

**liczba pierwsza** – naturalna liczba dodatnia, która ma tylko dwa dzielniki: 1 i samą siebie  
np. 2, 3, 5, 7, 11

**liczba złożona** – naturalna liczba dodatnia, która ma więcej niż dwa dzielniki: np. 4, 6, 48

**liczby 0 i 1 nie są ani liczbami pierwszymi ani liczbami złożonymi.**

## nazwy cyfr w zapisie liczby



## rozkład liczby na czynniki pierwsze

Przykład:  $39 \begin{array}{l} 3 \\ 13 \\ 1 \end{array} 13$     $39 = 3 \cdot 13$

## kolejność wykonywania działań

działania w nawiasach

**1**

potęgowanie i pierwiastkowanie

**2**

mnożenie i dzielenie\*

**3**

dodawanie i odejmowanie\*

**4**

\*w kolejności występowania

## rodzaje liczb

**liczby naturalne:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

**liczby całkowite:** ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

**liczby wymierne:** liczby, które można przedstawić w postaci ułamka, w którym licznik i mianownik są całkowite, np. 3;  $\frac{1}{2}$ ; -0,25;  $-5\frac{1}{2}$  (mają rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe)

**liczby niewymierne:** liczby, których nie można przedstawić w postaci ułamka zwykłego, np.  $\sqrt{3}$ ,  $-\sqrt[3]{7}$ ,  $\pi$  (mają rozwinięcie dziesiętne nieskończone nieokresowe)

# Niezbędnik ósmoklasisty 2021 - 2024

## ułamki zwykłe

$$\frac{\text{licznik}}{\text{mianownik}}$$

Ułamek dodatni jest:

- ułamkiem właściwym, gdy:  
licznik < mianownik
- ułamkiem niewłaściwym, gdy:  
licznik ≥ mianownik

## liczba odwrotna do $a \neq 0$

$$\frac{1}{a} \quad (\text{liczba } 0 \text{ nie ma liczby odwrotnej})$$

## liczba przeciwna do $a$

$$-a \quad (\text{liczbą przeciwną do } 0 \text{ jest } 0)$$

## prędkość, droga, czas

$$v = \frac{s}{t}$$

$v$  - prędkość,  $s$  - droga,  $t$  - czas

## ułamki i procenty

$$\frac{1}{100} = 0,01 = 1\%$$

$$\frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

$$\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

$$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

(ułamek dziesiętny nieskończony okresowy)

$$\frac{1}{3} = 0,3333 \dots = 0,(3) \approx 33\frac{1}{3}\%$$

## zaokrąglanie liczb

Jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr jest 0, 1, 2, 3, 4 to ostatnia pozostawiona cyfra się nie zmienia. Odrzucone cyfry zastępujemy zerami. Np. przybliżenie do setek 3 430  $\approx$  3 400

Jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr jest 5, 6, 7, 8, 9 to do ostatniej pozostawionej cyfry  **dodajemy 1**. Odrzucone cyfry zastępujemy zerami. Np. przybliżenie do setek 3 480  $\approx$  3 500

## skala



skala liczbowa na mapie  
np. 1 : 200 000

mapa	rzeczywistość
1 cm	200 000 cm
1 cm	2 000 m
1 cm	2 km

## potęga

Dla dowolnej liczby  $a$  i naturalnej liczby  $n$  większej od zera:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

wykładnik potęgi  
podstawa potęgi  
n czynników

## działania na potęgach

Dla  $a$  i  $b$  różnych od zera i dla liczb naturalnych  $m$  i  $n$ :

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$a^m : b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

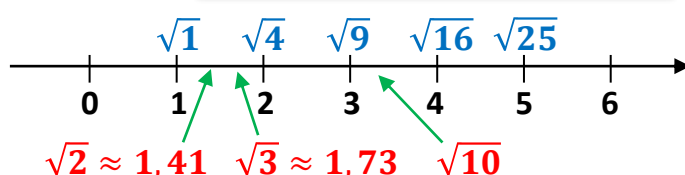
## pierwiastek kwadratowy

Dla dowolnej nieujemnej liczby  $a$ :  
 $\sqrt{a} = b$ , gdy  $b^2 = a$

## pierwiastek sześcienny

Dla dowolnych liczb  $a$  i  $b$ :  
 $\sqrt[3]{a} = b$ , gdy  $b^3 = a$

## szacowanie pierwiastków



# Niezbędnik ósmoklasisty 2021 - 2024

## średnia arytmetyczna

Średnia arytmetyczna zestawu liczb  $a_1, a_2, \dots, a_n$  jest równa sumie tych liczb podzielonej przez liczbę składników

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

## prawdopodobieństwo

$$P(A) = \frac{n_A}{N}$$

liczba zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A

liczba wszystkich możliwych zdarzeń elementarnych

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

## wyrażenia algebraiczne

**Jednomian** – wyrażenie algebraiczne, które jest pojedynczą liczbą, pojedynczą literą lub iloczynem liczb i liter np.  $-5x^2v^3$

Jednomian zapisujemy w kolejności:

znak → czynnik liczbowy → czynniki literowe w kolejności alfabetycznej

**Jednomiany podobne** – różnią się co najwyżej współczynnikami liczbowymi

**Suma algebraiczna** – suma jednomianów np.  $-2xy+4dk$

## kwadraty i sześciany liczb

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$13^2 = 169$$

$$14^2 = 196$$

$$15^2 = 225$$

$$16^2 = 256$$

$$17^2 = 289$$

$$18^2 = 324$$

$$19^2 = 361$$

$$2^3 = 8$$

$$3^3 = 27$$

$$4^3 = 64$$

$$5^3 = 125$$

$$6^3 = 216$$

$$7^3 = 343$$

$$8^3 = 512$$

$$9^3 = 729$$

## równania

**Równanie** to dwa wyrażenia algebraiczne (przynajmniej jedno z nich zawiera niewiadomą) połączone znakiem równości np.

$$\underline{3x + 5} = \underline{9 - x}$$

lewa strona L      prawa strona P

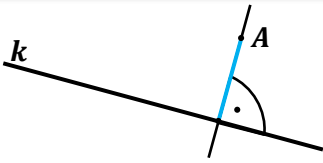
**Liczba spełnia równanie** (jest rozwiązaniem równania), jeśli po podstawieniu tej liczby w miejsce niewiadomej otrzymujemy  $L = P$ . (Równanie może spełniać jedna liczba, wiele liczb lub równanie może nie mieć liczby spełniającej.)

## wielkości wprost proporcjonalne

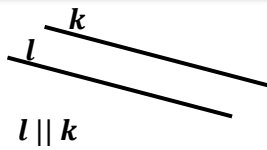
Dwie dodatnie wielkości nazywamy **wprost proporcjonalnymi**, jeśli wraz ze wzrostem jednej wielkości (lub zmniejszaniem się), druga wielkość rośnie tyle samo razy (lub zmniejsza się).

# Niezbędnik ósmoklasisty 2021 - 2024

odległość punktu od prostej



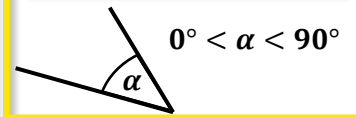
proste równoległe



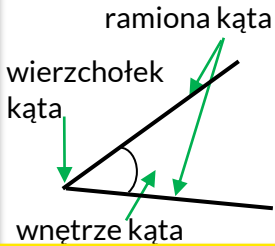
proste prostopadłe



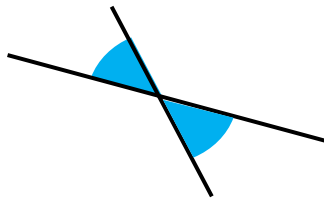
kąt ostry



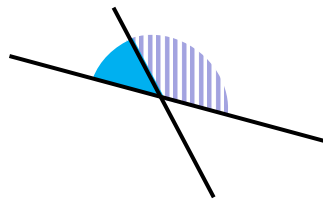
kąt



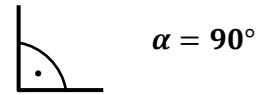
kąty wierzchołkowe



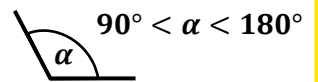
kąty przyległe



kąt prosty

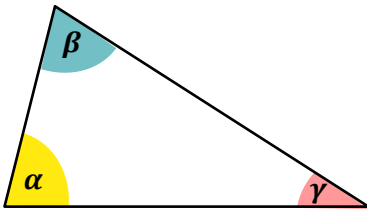


kąt rozwarty



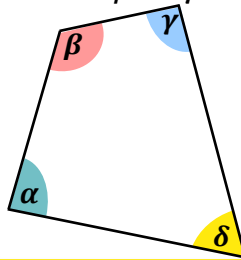
suma miar kątów w trójkącie

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

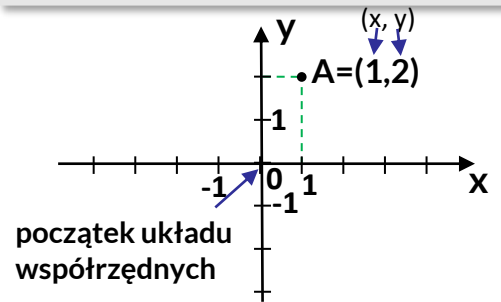


suma miar kątów w czworokącie

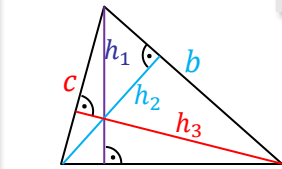
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$



układ współrzędnych



trójkąt

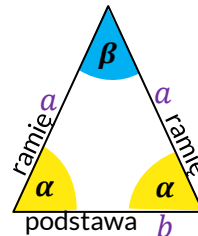


$$P = \frac{a \cdot h_1}{2} = \frac{b \cdot h_2}{2} = \frac{c \cdot h_3}{2}$$

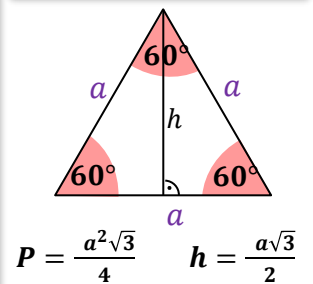
$$Obw. = a + b + c$$

- **trójkąt ostrokątny** - wszystkie kąty wewnętrzne są ostre
- **trójkąt rozwartokątny** - jeden z kątów wewnętrznych jest rozwarty, pozostałe są ostre
- **trójkąt prosty** - jeden z kątów wewnętrznych jest prosty, pozostałe są ostre

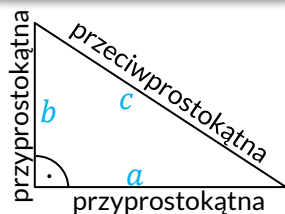
trójkąt równoramienny



trójkąt równoboczny

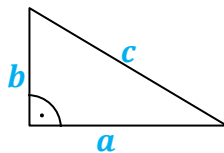


trójkąt prostokątny



$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

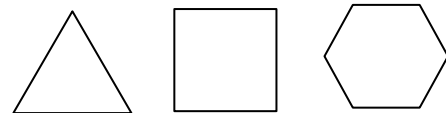
twierdzenie Pitagorasa



$$a^2 + b^2 = c^2$$

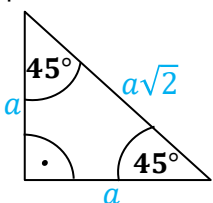
wielokąt foremny

- wszystkie boki mają taką samą długość oraz wszystkie kąty taką samą miarę;
- np. trójkąt równoboczny, kwadrat, sześciokąt foremny



zastosowania twierdzenia Pitagorasa

połowa kwadratu



połowa trójkąta równobocznego:

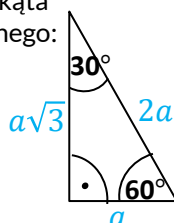


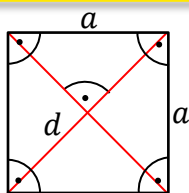
figura osiowosymetryczna

figura, która ma oś symetrii, np.



# Niezbędnik ósmoklasisty 2021 - 2024

## kwadrat



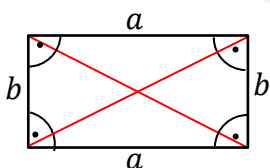
$$P = a^2$$

$$P = \frac{d^2}{2}$$

$$Obw. = 4 \cdot a$$

- wszystkie boki równej długości
- wszystkie kąty wewnętrzne proste
- przekątne prostopadłe i równej długości
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- $d = a\sqrt{2}$

## prostokąt

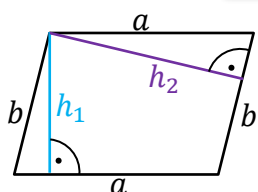


$$P = a \cdot b$$

$$Obw. = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

- pary boków równoległych tej samej długości
- wszystkie kąty wewnętrzne proste
- przekątne równej długości
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich

## równoległobok



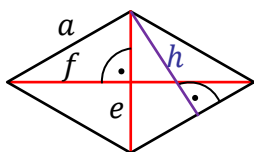
$$P = a \cdot h_1$$

$$P = b \cdot h_2$$

$$Obw. = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

- dwie pary boków równoległych
- pary boków równoległych tej samej długości
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- suma kątów przy każdym boku równa  $180^\circ$

## romb



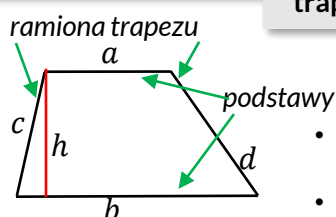
$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$P = a \cdot h$$

$$Obw. = 4 \cdot a$$

- wszystkie boki równej długości
- dwie pary boków równoległych
- przekątne prostopadłe
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- suma kątów przy każdym boku równa  $180^\circ$

## trapez

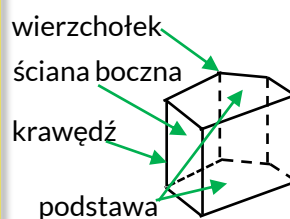


$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

$$Obw. = a + b + c + d$$

- co najmniej jedna para boków równoległych
- suma kątów przy jednym ramieniu równa  $180^\circ$

## graniastosłup



$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$

$$V = P_p \cdot H$$

$P_c$  - pole powierzchni całkowitej

$P_b$  - pole powierzchni bocznej

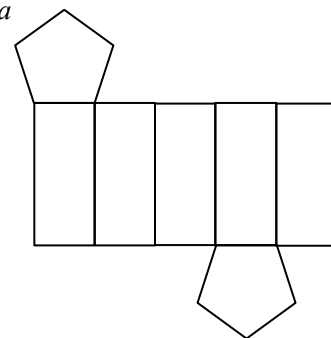
$P_p$  - pole podstawy

$V$  - objętość graniastostupa

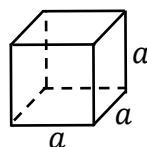
$H$  - wysokość graniastostupa

- **graniastosłup prosty:** krawędzie boczne prostopadłe do podstaw, ściany boczne są prostokątami
- **graniastosłup prawidłowy:** graniastosłup prosty, podstawa jest wielokątem foremnym
- **prostopadłościan:** graniastosłup prosty, wszystkie ściany są prostokątami
- **sześcian:** graniastosłup prosty, wszystkie ściany to przystające kwadraty

przykład siatki graniastostupa:



## sześcian

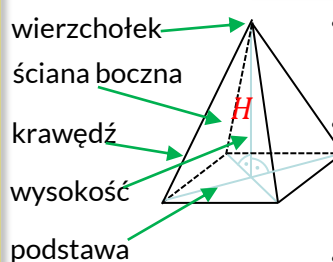


- prostopadłościan, którego wszystkie ściany są przystającymi kwadratami

$$P_c = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

## ostrosłup



$$P_c = P_p + P_b$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$P_c$  - pole powierzchni całkowitej

$P_b$  - pole powierzchni bocznej

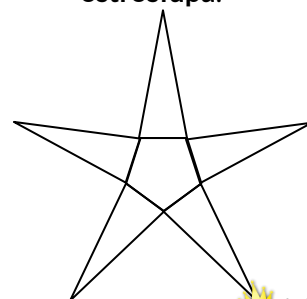
$P_p$  - pole podstawy

$V$  - objętość ostrosłupa

$H$  - wysokość ostrosłupa

- **ostrosłup prosty:** krawędzie boczne równej długości
- **ostrosłup prawidłowy:** ostrosłup prosty, w którym podstawa to wielokąt foremny
- **czworościan:** ostrosłup, w którym wszystkie ściany są trójkątami

przykład siatki ostrosłupa:



# Niezbędnik ósmoklasisty 2021 - 2024

## jednostki masy

1 g  
1 dag = 10 g  
1 kg = 100 dag = 1000 g  
1 t = 1000 kg

1 g = 0,1 dag  
1 dag = 0,01 kg  
1 kg = 0,001 t

## jednostki czasu

1 min = 60 s  
1 h = 60 min = 3600 s  
1 kwadrans = 15 min  
1 doba = 24 h  
1 tydzień = 7 dni  
1 rok = 365 lub 366 dni  
1 rok = 12 miesięcy

## jednostki długości

1 mm  
1 cm = 10 mm  
1 dm = 10 cm  
1 m = 10 dm = 100 cm  
1 km = 1000 m

1 mm = 0,1 cm  
1 cm = 0,1 dm  
1 dm = 0,1 m  
1 cm = 0,01 m  
1 m = 0,001 km

## jednostki prędkości

$1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$

## jednostki pola

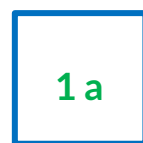
1 mm<sup>2</sup>  
1 cm<sup>2</sup> = 100 mm<sup>2</sup>  
1 dm<sup>2</sup> = 100 cm<sup>2</sup>  
1 m<sup>2</sup> = 100 dm<sup>2</sup>  
1 m<sup>2</sup> = 10 000 cm<sup>2</sup>  
1 a = 100 m<sup>2</sup>  
1 ha = 10 000 m<sup>2</sup>  
1 ha = 100 a



1 dm = 10 cm

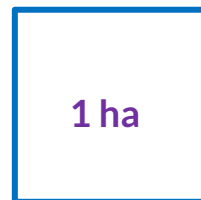
1 dm = 10 cm

$$1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^2 = \\ = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$$



1 a 10 m

10 m

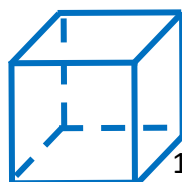


1 ha 100 m

100 m

## jednostki objętości i pojemności

1 mm<sup>3</sup>  
1 cm<sup>3</sup> = 1 000 mm<sup>3</sup>  
1 dm<sup>3</sup> = 1 000 cm<sup>3</sup>  
1 m<sup>3</sup> = 1 000 dm<sup>3</sup>  
1 m<sup>3</sup> = 1 000 000 cm<sup>3</sup>



1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

$$1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^3 = \\ = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$$

1 ml = 1 cm<sup>3</sup>  
1 l = 1 000 ml  
1 l = 1 dm<sup>3</sup>  
1 m<sup>3</sup> = 1 000 l